KETIDAKPASTIAN

4

Pada bagian terdahulu kita telah mempelajari teknik penalaran dengan model yang sangat lengkap dan konsisten. Namun, pada kenyataannya, banyak masalah di dunia ini yang tidak dapat dimodelkan secara lengkap dan konsisten.

Sebagai contoh, pada penalaran induktif yang telah diberikan pada bagian 3.

Contoh:

```
Premis-1    : Aljabar adalah pelajaran yang sulit.
Premis-2    : Geometri adalah pelajaran yang sulit.
Premis-3    : Kalkulus adalah pelajaran yang sulit.
Konklusi    : Matematika adalah pelajaran yang sulit.
```

Pada penalaran induktif ini, munculnya premis baru bisa mengakibatkan gugurnya konklusi yang sudah diperoleh. Sebagai contoh, misalkan muncul premis-4 pada contoh diatas:

```
Premis-4   : Optika adalah pelajaran yang sulit.
```

Premis tersebut, menyebabkan konklusi: "Matematika adalah pelajaran yang sulit", menjadi salah. Hal itu disebabkan 'Optika' bukan merupakan bagian dari 'Matematika'. Sehingga apabila kita menggunakan penalaran induktif, sangat dimungkinkan adanya ketidakpastian.

Suatu penalaran dimana adanya penambahan fakta baru mengakibatkan ketidakkonsistenan disebut dengan "*Penalaran Non Monotonis*". Ciri-ciri dari penalaran non monotonis adalah:

1. Mengandung ketidakpastian;
2. Adanya perubahan pada pengetahuan.
3. Adanya penambahan fakta baru dapat mengubah konklusi yang sudah terbentuk.
4. Misalkan S adalah konklusi dari D, bisa jadi S tidak dibutuhkan sebagai konklusi D + fakta-fakta baru.

Sedangkan penalaran Monotonis memiliki ciri-ciri:

1. Konsisten;
2. Pengetahuannya lengkap.

Untuk mengatasi ketidakpastian pada penalaran non monotonis, maka digunakan penalaran statistik.

4.1 PROBABILITAS DAN TEOREMA BAYES

Bentuk Th. Bayes:

$$p(H_i \mid E) = \frac{p(E \mid H_i) * p(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} p(E \mid H_k) * p(H_k)}$$

dengan:

$p(H_i \mid E)$	=	probabilitas hiposesis H_i benar jika diberikan *evidence* E.
$p(E \mid H_i)$	=	probabilitas munculnya *evidence* E, jika diketahui hipotesis H_i benar.
$p(H_i)$	=	probabilitas hipotesis H_i (menurut hasil sebelumnya) tanpa memandang *evidence* apapun.
n	=	jumlah hipotesis yang mungkin.

Contoh 4.1:

Si Ani mengalami gejala ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Si Ani terkena cacar dengan:

- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani terkena cacar; p(Bintik2|Cacar) = 0,8.
- Probabilitas Si Ani terkena cacar tanpa memandang gejala apapun; p(Cacar) = 0,4.
- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani alergi; p(Bintik2|Alergi) = 0,3.
- Probabilitas Si Ani terkena alergi tanpa memandang gejala apapun; p(Alergi) = 0,7.
- Probabilitas munculnya bintik-bintik di wajah, jika Si Ani jerawatan; p(Bintik2|Jerawatan) = 0,9.
- Probabilitas Si Ani jerawatan tanpa memandang gejala apapun; p(Jerawatan) = 0,5.

Maka:

- Probabilitas Si Ani terkena cacar karena ada bintik-bintik di wajahnya adalah:

$$p(Cacar \mid Bintik2) = \frac{p(Bintik2 \mid Cacar) * p(Cacar)}{p(Bintik2 \mid Cacar) * p(Cacar) + p(Bintik2 \mid Alergi) * p(Alergi) + p(Bintik2 \mid Jerawat) * p(Jerawat)}$$

$$p(Cacar \mid Bintik2) = \frac{(0{,}8) * (0{,}4)}{(0{,}8) * (0{,}4) + (0{,}3) * (0{,}7) + (0{,}9) * P(0{,}5)} = \frac{0{,}32}{0{,}98} = 0{,}327$$

- Probabilitas Si Ani terkena alergi karena ada bintik-bintik di wajahnya adalah:

$$p(Alergi \mid Bintik2) = \frac{p(Bintik2 \mid Alergi) * p(Alergi)}{p(Bintik2 \mid Cacar) * p(Cacar) + p(Bintik2 \mid Alergi) * p(Alergi) + p(Bintik2 \mid Jerawat) * p(Jerawat)}$$

$$p(\text{Alergi} \mid \text{Bintik2}) = \frac{(0{,}3) * (0{,}7)}{(0{,}8) * (0{,}4) + (0{,}3) * (0{,}7) + (0{,}9) * P(0{,}5)} = \frac{0{,}21}{0{,}98} = 0{,}214$$

- Probabilitas Si Ani jerawatan karena ada bintik-bintik di wajahnya adalah:

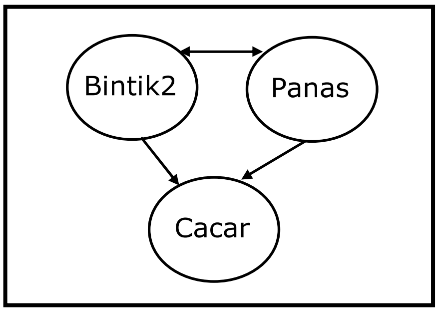
$$p(\text{Jerawat} \mid \text{Bintik2}) = \frac{p(\text{Bintik2} \mid \text{Jerawat}) * p(\text{Jerawat})}{p(\text{Bintik2} \mid \text{Cacar}) * p(\text{Cacar}) + p(\text{Bintik2} \mid \text{Alergi}) * p(\text{Alergi}) + p(\text{Bintik2} \mid \text{Jerawat}) * p(\text{Jerawat})}$$

$$p(\text{Alergi} \mid \text{Bintik2}) = \frac{(0{,}8) * (0{,}4)}{(0{,}8) * (0{,}4) + (0{,}3) * (0{,}7) + (0{,}9) * P(0{,}5)} = \frac{0{,}45}{0{,}98} = 0{,}459$$

Jika setelah dilakukan pengujian terhadap hipotesis, muncul satu atau lebih *evidence* atau observasi baru, maka:

$$p(H \mid E, e) = p(H \mid E) * \frac{p(e \mid E, H)}{p(e \mid E)}$$

e	=	*evidence* lama.
E	=	*evidence* atau observasi baru.
p(H|E,e)	=	probabilitas hipotesis H benar jika muncul *evidence* baru E dari *evidence* lama e.
p(H|E)	=	probabilitas hipotesis H benar jika diberikan *evidence* E.
p(e|E,H)	=	kaitan antara e dan E jika hipotesis H benar.
p(e|E)	=	kaitan antara e dan E tanpa memandang hipotesis apapun.



Gambar 4.1. Hubungan Bintik & Panas Terhadap Cacar

Pada Gambar 4.1 terlihat bahwa adanya bintik-bintik di wajah merupakan gejala bahwa seseorang terkena cacar. Observasi baru menunjukkan bahwa selain adanya bintik-bintik di wajah, panas badan juga merupakan gejala orang terkena cacar. Antara munculnya bintik-bintik di wajah dan panas badan juga memiliki keterkaitan satu sama lain.

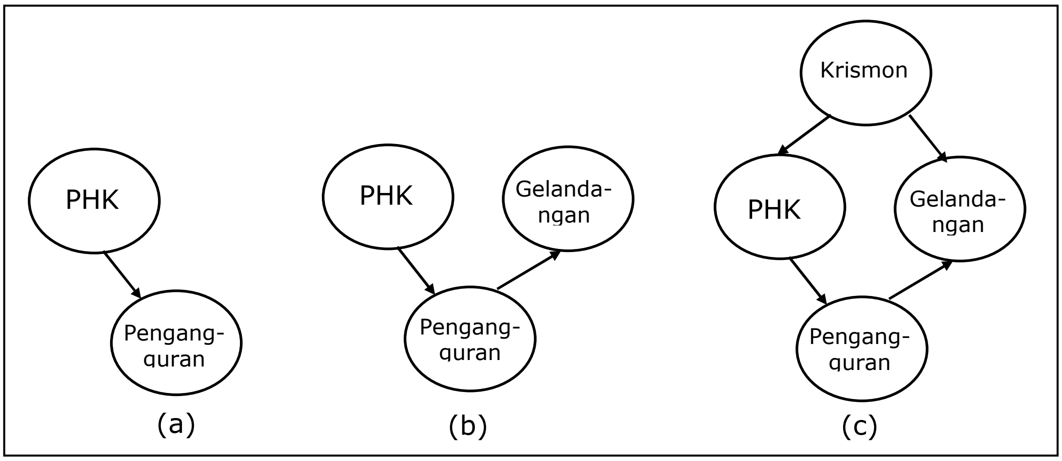
Contoh 4.2:

Si Ani mengalami gejala ada bintik-bintik di wajahnya. Dokter menduga bahwa Si Ani terkena cacar dengan probabilitas terkena cacar apabila ada bintik-bintik di wajah, p(Cacar|Bintik2), adalah 0,8. Ada observasi bahwa orang yang terkena cacar pasti mengalami panas badan. Jika diketahui probabilitas orang terkena cacar apabila ada bintik-biktik di wajah, p(Cacar|Panas), adalah 0,5; keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan apabila seseorang terkena cacar, p(Bintik2|Panas,Cacar), adalah 0,4; sedangkan keterkaitan antara adanya bintik-bintik di wajah dan panas badan, p(Bintik2|Panas), adalah 0.6, maka:

$$p(\text{Cacar} \mid \text{Panas}, \text{Bintik2}) = p(\text{Cacar} \mid \text{Panas}) * \frac{p(\text{Bintik2} \mid \text{Panas}, \text{Cacar})}{p(\text{Bintik2} \mid \text{Panas})}$$

$$p(\text{Cacar} \mid \text{Panas}, \text{Bintik2}) = 0{,}5 * \frac{0{,}4}{0{,}6} = 0{,}33$$

Pengembangan lebih jauh dari Teorema Bayes adalah dibentuknya "*Jaringan Bayes*". Gambar 4.2(a) menunjukkan hubungan antara krisis moneter (krismon), PHK, pengangguran dan gelandangan dalam suatu jaringan. Pada gambar tersebut dapat dijelaskan bahwa munculnya pengangguran disebabkan oleh banyaknya PHK. Selain itu pada Gambar 4.2(b), munculnya pengangguran dapat digunakan sebagai *evidence* untuk membuktikan bahwa sekarang banyak gelandangan. Sedangkan pada gambar 4.2(c) menunjukkan probabilitas terjadinya PHK jika terjadi krismon, dan probabilitas munculnya gelandangan jika terjadi krismon.



Gambar 4.2. Jaringan Bayes

Tabel 4.1 adalah contoh probabilitas untuk Jaringan Bayes pada Gambar 4.2.

Tabel 4.1. Probabilitas Untuk Jaringan Bayes pada Gambar 4.2.

Atribut	Prob.	Keterangan
p(Pengangguran|PHK,Gelandangan)	0,95	Keterkaitan antara pengangguran & PHK, jika muncul gelandangan.
p(Pengangguran|PHK,¬Gelandangan)	0,20	Keterkaitan antara pengangguran & PHK, jika tidak ada gelandangan.
p(Pengangguran|¬PHK,Gelandangan)	0,75	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada yang diPHK, jika muncul gelandangan.
p(Pengangguran|¬PHK, ¬Gelandangan)	0,40	Keterkaitan antara pengangguran & tidak ada yang diPHK, jika tidak ada gelandangan.
p(PHK|Krismon)	0,50	Probabilitas orang diPHK jika terjadi krismon.
p(PHK|¬Krismon)	0,10	Probabilitas orang diPHK jika tidak terjadi krismon.

p(Pengangguran|Krismon)	0,90	Probabilitas muncul pengangguran jika terjadi krismon.
p(Pengangguran|¬Krismon)	0,30	Probabilitas muncul pengangguran jika tidak terjadi krismon.
P(Krismon)	0,80	

4.2 FAKTOR KEPASTIAN (*CERTAINTY FACTOR*)

Certainty Factor (CF) menunjukkan ukuran kepastian terhadap suatu fakta atau aturan. Notasi Faktor Kepastian:

$$CF[h,e] = MB[h,e] - MD[h,e]$$

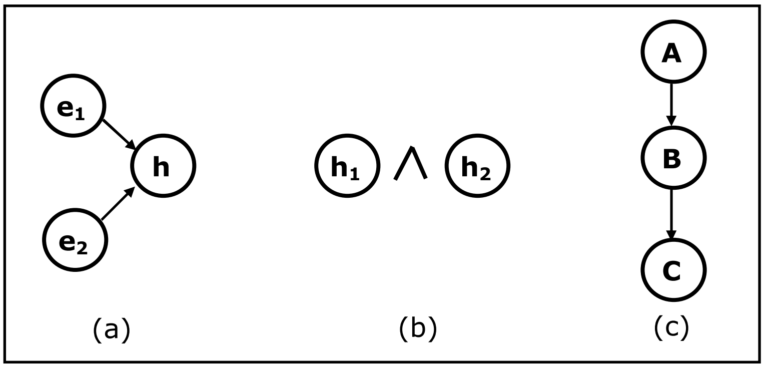
dengan:

CF[h,e] = faktor kepastian

MB[h,e] = ukuran kepercayaan terhadap hipotesis h, jika diberikan *evidence* e (antara 0 dan 1).

MD[h,e] = ukuran ketidakpercayaan terhadap *evidence* h, jika diberikan *evidence* e (antara 0 dan 1).

Ada 3 hal yang mungkin terjadi:



Gambar 4.3 Kombinasi Aturan Ketidakpastian

1. Beberapa *evidence* dikombinasikan untuk menentukan CF dari suatu hipotesis (gambar 4.3a). Jika e_1 dan e_2 adalah observasi, maka:

$$MB[h, e_1 \wedge e_2] = \begin{cases} 0 & MD[h, e_1 \wedge e_2] = 1 \\ MB[h, e_1] + MB[h, e_2].(1 - MB[h, e_1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$MD[h, e_1 \wedge e_2] = \begin{cases} 0 & MB[h, e_1 \wedge e_2] = 1 \\ MD[h, e_1] + MD[h, e_2].(1 - MD[h, e_1]) & \text{lainnya} \end{cases}$$

Contoh 4.3:

Andaikan suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h dengan $MB[h,e_1] = 0,3$ dan $MD[h,e_1] = 0$.

Sehingga $CF[h,e_1] = 0,3 - 0 = 0,3$.

Jika ada observasi baru dengan $MB[h,e_2]=0,2$ dan $MD[h,e_2]=0$, maka:

$MB[h,e_1 \wedge e_2] = 0,3 + 0,2 * (1-0,3) = 0,44$

$MD[h,e_1 \wedge e_2] = 0$

$CF[h,e_1 \wedge e_2] = 0,44 - 0 = 0,44$

Contoh 4.4:

Si Ani menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Si Ani terkena cacar dengan kepercayaan, MB[Cacar,Bintik2] = 0,80 dan MD[Cacar,Bintik2] = 0,01. Maka:

CF[Cacar,Bintik2] = 0,80 – 0,01 = 0,79.

Jika ada observasi baru bahwa Si Ani juga panas badan dengan kepercayaan, MB[Cacar,Panas]=0,7 dan MD[Cacar,Panas]=0,08; maka:

$MB[Cacar,Bintik2 \wedge Panas] = 0,8 + 0,7 * (1-0,8) = 0,94$

$MD[Cacar,Bintik2 \wedge Panas] = 0,01 + 0,08 * (1-0,01) = 0,0892$

$CF[Cacar,Bintik2 \wedge Panas] = 0,94 - 0,0892 = 0,8508$

Dari contoh 4.4 ini dapat dilihat bahwa, semula faktor kepercayaan bahwa Si Ani terkena cacar kalau dilihat dari gejala munculnya bintik-bintik di wajah adalah 0,79. Setelah muncul gejala baru yaitu panas badan, maka faktor kepercayaan Si Ani terkena cacar menjadi berubah (lebih besar) yaitu 0,8508.

2. CF dihitung dari kombinasi beberapa hipotesis (gambar 4.3b). Jika h_1 dan h_2 adalah hipotesis, maka:

$$MB[h_1 \wedge h_2, e] = \min(MB[h_1, e], MB[h_2, e])$$
$$MB[h_1 \vee h_2, e] = \max(MB[h_1, e], MB[h_2, e])$$

$$MD[h_1 \wedge h_2, e] = \min(MD[h_1, e], MD[h_2, e])$$
$$MD[h_1 \vee h_2, e] = \max(MD[h_1, e], MD[h_2, e])$$

Contoh 4.5:

Andaikan suatu observasi memberikan kepercayaan terhadap h_1 dengan $MB[h_1,e] = 0,5$ dan $MD[h_1,e] = 0,2$. Maka:

$CF[h_1,e] = 0,5 - 0,2 = 0,3$.

Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan terhadap h_2 dengan $MB[h_2,e] = 0,8$ dan $MD[h_2,e] = 0,1$. Maka:

$CF[h_2,e] = 0,8 - 0,1 = 0,7$.

Untuk mencari $CF[h_1 \wedge h_2,e]$ dapat diperoleh dari:

$MB[h_1 \wedge h_2,e] = \min(0,5; 0,8) = 0,5$

$MD[h_1 \wedge h_2,e] = \min(0,2; 0,1) = 0,1$

$CF[h_1 \wedge h_2,e] = 0,5 - 0,1 = 0,4$

Untuk mencari $CF[h_1 \vee h_2,e]$ dapat diperoleh dari:

$MB[h_1 \vee h_2,e] = \max(0,5; 0,8) = 0,8$

$MD[h_1 \vee h_2,e] = \max(0,2; 0,1) = 0,2$

$CF[h_1 \vee h_2,e] = 0,8 – 0,2 = 0,6$

Contoh 4.6:

Si Ani menderita bintik-bintik di wajahnya. Dokter memperkirakan Si Ani terkena cacar dengan kepercayaan, MB[Cacar,Bintik2] = 0,80 dan MD[Cacar,Bintik2] = 0,01. Maka:

CF[Cacar,Bintik2] = 0,80 – 0,01 = 0,79.

Jika observasi tersebut juga memberikan kepercayaan bahwa Si Ani mungkin juga terkena alergi dengan kepercayaan, MB[Alergi,Bintik2] = 0,4 dan MD[Alergi,Bintik2] = 0,3; maka:

CF[Alergi,Bintik2] = 0,4 – 0,3 = 0,1.

Untuk mencari $CF[Cacar \wedge Alergi, Bintik2]$ dapat diperoleh dari:

$MB[Cacar \wedge Alergi, Bintik2] = \min(0,8; 0,4) = 0,4$

$MD[Cacar \wedge Alergi, Bintik2] = \min(0,01; 0,3) = 0,01$

$CF[Cacar \wedge Alergi, Bintik2] = 0,4 – 0,01 = 0,39$

Untuk mencari $CF[Cacar \vee Alergi, Bintik2]$ dapat diperoleh dari:

$MB[Cacar \vee Alergi, Bintik2] = \max(0,8; 0,4) = 0,8$

$MD[Cacar \vee Alergi, Bintik2] = \max(0,01; 0,3) = 0,3$

$CF[Cacar \vee Alergi, Bintik2] = 0,8 – 0,3 = 0,5$

Dari contoh 4.6 ini dapat dilihat bahwa, semula faktor kepercayaan bahwa Si Ani terkena cacar dari gejala munculnya bintik-bintik di wajah adalah 0,79. Demikian pula faktor kepercayaan bahwa Si Ani terkena alergi dari gejala munculnya bintik-bintik di wajah adalah 0,1. Dengan adanya gejala yang sama mempengaruhi 2 hipotesis yang berbeda ini, memberikan faktor kepercayaan bahwa:

- Si Ani menderita cacar dan alergi = 0,39.
- Si Ani menderita cacar atau alergi = 0,5

Contoh 4.7:

a. Pada pertengahan tahun 2002, ada indikasi bahwa turunnya devisa Indonesia disebabkan oleh permasalahan TKI di Malaysia. Apabila diketahui: MB[DevisaTurun,TKI] = 0,8 dan MD[DevisaTurun,TKI] = 0,3; maka carilah berapa CF[DevisaTurun,TKI]?
   <u>Jawab:</u>

   CF[DevisaTurun,TKI] = MB[DevisaTurun,TKI]-MD[DevisaTurun,TKI]
   = 0,8 – 0,3 = 0,5.

b. Ternyata pada akhir September 2002, kemarau yang berkepanjangan mengakibatkan gagal panen yang cukup serius, hal ini ternyata juga berdampak pada turunnya ekspor Indonesia. Apabila diketahui: MB[DevisaTurun,EksporTurun] = 0,75 dan MD[DevisaTurun,EksporTurun] = 0,1; maka carilah berapa CF[DevisaTurun,EksporTurun] dan berapa CF[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]?
<u>Jawab:</u>

- CF[DevisaTurun,EksporTurun] =

  = MB[DevisaTurun,EksporTurun] - MD[DevisaTurun,EksporTurun]

  = 0,75 – 0,1

  = 0,65.

- MB[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]

  = MB[DevisaTurun,TKI] + MB[DevisaTurunEksporTurun]*

  (1-MB[DevisaTurun,TKI])

  = 0,8 + 0,75 * (1-0,8)

  = 0,95

  MD[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]

  = MD[DevisaTurun,TKI] + MD[DevisaTurunEksporTurun]*

  (1-MD[DevisaTurun,TKI])

  = 0,3 + 0,1 * (1-0,3)

  = 0,37

  CF[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]
  = MB[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]-
  MD[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun]
  = 0,95 – 0,37
  = 0,58

c. Isu terorisme di Indonesia pasca peristiwa Bom Bali pada tanggal 12 Oktober 2002 ternyata juga ikut mempengaruhi turunnya devisa Indonesia sebagai akibat berkurangnya wisatawan asing. Apabila diketahui: MB[DevisaTurun,BomBali] = 0,5 dan MD[DevisaTurun,BomBali] = 0,3; maka carilah berapa CF[DevisaTurun,BomBali] dan berapa CF[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]?
<u>Jawab:</u>

- CF[DevisaTurun,BobBali] =

  = MB[DevisaTurun,BomBali] - MD[DevisaTurun,BomBali]

  = 0,5 – 0,3

  = 0,2.

- MB[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]

= MB[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun] +
MB[DevisaTurunBomBali]*
(1-MB[DevisaTurun, TKI ∧ EksporTurun])
= 0,95 + 0,5 * (1-0,95)
= 0,975

MD[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]
= MD[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun] +
MD[DevisaTurunBomBali]*
(1-MD[DevisaTurun, TKI ∧ EksporTurun])
= 0,37 + 0,3 * (1-0,37)
= 0,559

CF[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]
= MB[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]-
MD[DevisaTurun,TKI ∧ EksporTurun ∧ BomBali]
= 0,975 – 0,559
= 0,416

3. Beberapa aturan saling bergandengan, ketidakpastian dari suatu aturan menjadi input untuk aturan yang lainnya (gambar 4.3c), maka:

   MB[h,s] = MB’[h,s] * max(0,CF[s,e])

   Dengan MB’[h,s] adalah ukuran kepercayaan h berdasarkan keyakinan penuh terhadap validitas s.

Contoh 4.8:

```
PHK          = terjadi PHK
Pengangguran = muncul banyak pengangguran
Gelandangan  = muncul banyak gelandangan

Aturan:
/1/
IF terjadi PHK
THEN muncul banyak pengangguran
(CF[Pengangguran,PHK]=0,9)

/2/
IF muncul banyak pengangguran
THEN muncul banyak gelandangan
(MB[Gelandangan,Pengangguran]=0,7)
```

Maka:

```
MB[Gelandangan,Pengangguran] = (0,7)*(0,9)= 0,63
```

4.3 TEORI DEMPSTER-SHAFER

Secara umum Teori Dempster-Shafer ditulis dalam suatu interval:

[*Belief,Plausibility*]

Belief (Bel) adalah ukuran kekuatan *evidence* dalam mendukung suatu himpunan proposisi. Jika bernilai 0 maka mengindikasikan bahwa tidak ada *evidence*, dan jika bernilai 1 menunjukkan adanya kepastian.

Plausibility (Pl) dinotasikan sebagai:

$$Pl(s) = 1 - Bel(\neg s)$$

Plausibility juga bernilai 0 sampai 1. Jika kita yakin akan $\neg$s, maka dapat dikatakan bahwa Bel($\neg$s)=1, dan Pl($\neg$s)=0. Pada teori Dempster-Shafer kita mengenal adanya *frame of discernment* yang dinotasikan dengan θ. Frame ini merupakan semesta pembicaraan dari sekumpulan hipotesis.

Misalkan: θ = {A, F, D, B}

Dengan:

A = Alergi;

F = Flu;

D = Demam;

B = Bronkitis.

Tujuan kita adalah mengkaitkan ukuran kepercayaan elemen-elemen θ. Tidak semua *evidence* secara langsung mendukung tiap-tiap elemen. Sebagai contoh, panas mungkin hanya mendukung {F,D,B}.

Untuk itu perlu adanya probabilitas fungsi densitas (m). Nilai m tidak hanya mendefinisikan elemen-elemen θ saja, namun juga semua subset-nya. Sehingga jika θ berisi n elemen, maka subset dari θ semuanya berjumlah 2^n. Kita harus menunjukkan bahwa jumlah semua m dalam subset θ sama dengan 1. Andaikan tidak ada informasi apapun untuk memilih keempat hipotesis tersebut, maka nilai:

m{θ} = 1,0

Jika kemudian diketahui bahwa panas merupakan gejala dari flue, demam, dan bronkitis dengan m = 0,8, maka:

m{F,D,B} = 0,8

m{θ} = 1 – 0,8 = 0,2

Andaikan diketahui X adalah subset dari θ, dengan m_1 sebagai fungsi densitasnya, dan Y juga merupakan subset dari θ dengan m_2 sebagai fungsi densitasnya, maka kita dapat membentuk fungsi kombinasi m_1 dan m_2 sebagai m_3, yaitu:

$$m_3(Z) = \frac{\sum_{X \cap Y = Z} m_1(X).m_2(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \phi} m_1(X).m_2(Y)}$$

Contoh 4.9:

Si Ani mengalami gejala panas badan. Dari diagnosa dokter, penyakit yang mungkin diderita oleh Si Ani adalah flue, demam, atau bronkitis.

- Gejala-1: panas

  Apabila diketahui nilai kepercayaan setelah dilakukan observasi panas sebagai gejala dari penyakit flue, demam, dan bronkitis adalah:

  $m_1\{F,D,B\} = 0,8$

  $m_1\{\theta\} = 1 - 0,8 = 0,2$

  Sehari kemudia, Si Ani datang lagi dengan gejala yang baru, yaitu hidungnya buntu.

- Gejala-2: hidung buntu

  Kemudian diketahui juga nilai kepercayaan setelah dilakukan observasi terhadap hidung buntu sebagai gejala dari alergi, penyakit flue, dan demam adalah:

  $m_2\{A,F,D\} = 0,9$

  $m_2\{\theta\} = 1 - 0,9 = 0,1$

  Tabel 4.2 menunjukkan aturan kombinasi tersebut

Tabel 4.2 Aturan kombinasi untuk m_3 contoh 4.9.

	{A,F,D} (0,9)	**θ (0,1)**
{F,D,B} (0,8)	{F,D} (0,72)	{F,D,B} (0,08)
θ (0,2)	{A,F,D} (0,18)	θ (0,02)

Sehingga dapat dihitung:

- $m_3\{F,D\} = \dfrac{0,72}{1-0} = 0,72$

- $m_3\{A,F,D\} = \dfrac{0,18}{1-0} = 0,18$

- $m_3\{F,D,B\} = \dfrac{0,08}{1-0} = 0,08$

- $m_3\{\theta\} = \dfrac{0,02}{1-0} = 0,02$

Dari sini dapat kita lihat bahwa, pada mulanya dengan hanya ada gejala panas, m{F,D,B} = 0,8; namun setelah ada gejala baru yaitu hidung buntu, maka nilai m{F,D,B} = 0,08. Demikian pula, pada mulanya dengan hanya ada gejala hidung buntu, m{A,F,D} = 0,9; namun setelah ada gejala baru yaitu panas, maka nilai m{A,F,D} = 0,18. Dengan adanya 2 gejala ini, nilai densitas yang paling kuat adalah m{F,D} yaitu sebesar 0,72.

Hari berikutnya, Si Ani datang lagi, dan memberitahukan bahwa minggu lalu dia baru saja datang dari piknik.

- Gejala-3: piknik

Jika diketahui nilai kepercayaan setelah dilakukan observasi terhadap piknik sebagai gejala dari alergi adalah:

$m_4\{A\} = 0{,}6$

$m_4\{\theta\} = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

maka dapat dicari aturan kombinasi dengan nilai kepercayaan m_5 seperti pada tabel 4.3.

Tabel 4.3 Aturan kombinasi untuk m_5 contoh 4.9.

		{A}	**(0,6)**	**θ**	**(0,4)**
{F,D}	**(0,72)**	∅	(0,432)	{F,D}	(0,288)
{A,F,D}	**(0,18)**	{A}	(0,108)	{A,F,D}	(0,072)
{F,D,B}	**(0,08)**	∅	(0,048)	{F,D,B}	(0,032)
θ	**(0,02)**	{A}	(0,012)	θ	(0,008)

Sehingga dapat dihitung:

- $m_5\{A\} = \dfrac{0{,}108 + 0{,}012}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}231$

- $m_5\{F,D\} = \dfrac{0{,}288}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}554$

- $m_5\{A,F,D\} = \dfrac{0{,}072}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}138$

- $m_5\{F,D,B\} = \dfrac{0{,}032}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}062$

- $m_5\{\theta\} = \dfrac{0{,}008}{1 - (0{,}432 + 0{,}048)} = 0{,}015$

Dengan adanya gejala baru ini (Si Ani baru saja datang piknik), nilai densitas yang paling kuat tetap m{F,D} yaitu sebesar 0,554.

Contoh 4.10:

Ada 3 jurusan yang diminati oleh Si Ali, yaitu Teknik Informatika (I), Psikologi (P), atau Hukum (H). Untuk itu dia mencoba mengikuti beberapa tes ujicoba. Ujicoba pertama adalah tes logika, hasil tes menunjukkan bahwa probabilitas densitas: $m_1\{I,P\} = 0{,}75$. Tes kedua adalah tes matematika, hasil tes menunjukkan bahwa probabilitas densitas: $m_2\{I\} = 0{,}8$.

a. Dari hasil tes kedua, tentukanlah probabilitas densitas yang baru untuk {I,P} dan {I}!
   Jawab:

$m_1\{I,P\} = 0{,}75$; $m_1\{\theta\} = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$;

$m_2\{I\} = 0{,}8$; $m_2\{\theta\} = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$;

Tabel 4.4 Aturan kombinasi untuk m_3 contoh 4.10.

		{I}	(0,8)	θ	(0,2)
{I,P}	**(0,75)**	{I}	(0,60)	{I,P}	(0,15)
θ	**(0,25)**	{I}	(0,20)	θ	(0,05)

- $m_3\{I\} = \dfrac{0{,}6 + 0{,}2}{1 - 0} = 0{,}8$

- $m_3\{I,P\} = \dfrac{0{,}15}{1 - 0} = 0{,}15$

- $m_3\{\theta\} = \dfrac{0{,}05}{1 - 0} = 0{,}05$

b. Di hari berikutnya, Si Ali mengikuti tes ketiga yaitu tes wawasan kewarganegaraan. Hasil tes menunjukkan bahwa probabilitas densitas: $m_4\{H\} = 0{,}3$. Tentukanlah probabilitas densitas yang baru untuk {I,P}, {I}, dan {H}!
   Jawab:

$m_4\{H\} = 0{,}3$

$m_4\{\theta\} = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

Tabel 4.5 Aturan kombinasi untuk m_5 contoh 4.10.

		{H}	(0,3)	θ	(0,7)
{I}	**(0,80)**	∅	(0,240)	{I}	(0,560)

{I,P}	**(0,15)**	$\varnothing$	(0,045)	{I,P}	(0,105)
θ	**(0,05)**	{H}	(0,015)	θ	(0,035)

Sehingga dapat dihitung:

- $m_5\{I\} = \dfrac{0{,}560}{1-(0{,}240+0{,}045)} = 0{,}783$

- $m_5\{I,P\} = \dfrac{0{,}105}{1-(0{,}204+0{,}045)} = 0{,}147$

- $m_5\{H\} = \dfrac{0{,}015}{1-(0{,}204+0{,}045)} = 0{,}021$

- $m_5\{\theta\} = \dfrac{0{,}035}{1-(0{,}204+0{,}045)} = 0{,}049$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa probabilitas densitas terbesar Si Ali masuk Jurusan Informatika.

4.4 LOGIKA KABUR (*FUZZY LOGIC*)

Logika kabur akan dibahas di bagian 7.